COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 6 OCTOBRE 1890,

PRÉSIDÉE PAR M. DUCHARTRE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination des intégrales de certaines équations aux dérivées partielles du second ordre;* par M. **Émile Picard**.

« 1. Je me suis occupé dans un travail récent (*Journal de Mathématiques,* 1890) de la détermination des intégrales des équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes par leurs valeurs le long d'un contour fermé. J'ai tout d'abord obtenu le résultat suivant que je rappelle en me bornant aux équations linéaires, quoique j'aie examiné des cas plus généraux. Considérons l'équation

$$(1) \qquad A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2D\frac{\partial u}{\partial x} + 2E\frac{\partial u}{\partial y} + Fu = 0,$$

les coefficients dépendant seulement de x et y, et envisageons uniquement la région du plan où

$$B^2 - AC < 0.$$

» Une intégrale de cette équation, continue ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres à l'intérieur d'un contour fermé, est déterminée par ses valeurs sur ce contour, *pourvu que celui-ci soit suffisamment petit*. Tel est le premier théorème que j'ai établi; je l'ai depuis approfondi en faisant l'hypothèse que les coefficients A, B, ..., F sont des fonctions *analytiques* de x et de y. Il est naturel de se demander si toute intégrale de l'équation, continue ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres dans la région considérée du plan, est aussi une fonction analytique. *La réponse est affirmative;* c'est ce que je montre en recourant à l'expression de l'intégrale sous forme de série, telle qu'elle m'est donnée par les approximations successives qui ont joué dans mes recherches un rôle essentiel.

» 2. Nous allons maintenant supposer que l'équation ne renferme pas de terme en u, c'est-à-dire que le coefficient F soit identiquement nul. Prenons donc l'équation

$$(2) \qquad A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2D\frac{\partial u}{\partial x} + 2E\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

» On peut démontrer à ce sujet un théorème très précis. Ici, en effet, quand il s'agit de la détermination d'une intégrale par ses valeurs le long d'un contour fermé, on n'a plus à se préoccuper des dimensions du contour; *dans la région du plan où* $B^2 - AC$ *est négatif, il n'y a qu'une intégrale, continue ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres, prenant une succession donnée de valeurs sur un contour fermé.*

» On établit ce résultat en montrant que toute intégrale ne pourra posséder ni maximum ni minimum. Soit, en effet, (x_0, y_0) un système de valeurs de x et y qui correspondrait à un maximum ou un minimum. Nous pouvons développer l'intégrale u, qui est une fonction analytique, d'après la formule de Taylor

$$u = \varphi_0 + \varphi_n(x - x_0, y - y_0) + \varphi_{n+1}(x - x_0, y - y_0) + \ldots,$$

et l'on a $n \geqq 2$. Substituant cette valeur de u dans l'équation (2), on aura nécessairement

$$A_0\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + 2B_0\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x\,\partial y} + C_0\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} = 0,$$

en désignant par A_0, B_0, C_0 les valeurs de A, B, C pour $x = x_0$, $y = y_0$; on a d'ailleurs, par hypothèse, $B_0^2 - A_0C_0 < 0$. Le polynôme φ_n satisfait

donc à une équation analogue à celle de Laplace, à laquelle d'ailleurs il se ramènera en effectuant un changement linéaire de variables ; la fonction φ_n pourra donc s'annuler en changeant de signe. Il est donc impossible que u ait un maximum ou un minimum pour $x = x_0$, $y = y_0$. On en conclut de suite le théorème énoncé.

» Occupons-nous maintenant de la recherche de cette intégrale unique prenant sur un contour une succession donnée de valeurs. D'après le Mémoire cité plus haut, nous savons la trouver si le contour est suffisamment petit. Pour passer à un contour quelconque, il suffit de montrer que le procédé alterné de M. Schwarz peut être étendu à l'équation (2). Nous supposons donc que l'intégration de l'équation ait été faite pour deux contours C et C′, ayant une partie commune, et nous nous proposons de montrer qu'elle pourra être effectuée pour le contour limitant extérieurement l'ensemble des deux aires. Désignons par β la partie du contour C intérieure à C′, et par α la partie extérieure, et soit de même pour α' et β'. Nous pouvons supposer que les valeurs données de u sur α et α' sont positives, puisque u n'entre pas dans l'équation.

» Ceci posé, nous intégrons l'équation en considérant le contour C et formant l'intégrale, qui sur α prend les valeurs données et s'annule sur β ; soit u_1 cette intégrale. On intègre ensuite l'équation en considérant le contour C′ et formant l'intégrale u'_1, qui prend sur α' les valeurs données et sur β' les mêmes valeurs que u_1. Nous revenons alors à C et formons l'intégrale u_2 prenant sur α les valeurs données et sur β les mêmes valeurs que u'_1, et nous continuons ainsi indéfiniment. Tous les u et les u' sont évidemment positifs et inférieurs à g et l'on a sur β'

$$u_1 < u_2 < \ldots < u_n < \ldots$$

et pareillement sur β

$$u'_1 < u'_2 < \ldots < u'_n < \ldots .$$

» Il est donc clair que u_n tend vers une limite déterminée en tous les points de β', et u'_n vers une limite déterminée en tous les points de β. Les fonctions u_n et u'_n ont des limites U et U′ déterminées respectivement à l'intérieur de C et de C′. Ces deux fonctions U et U′ satisfont à l'équation proposée, et elles coïncident à l'intérieur de l'aire limitée par β et β', c'est-à-dire de l'aire commune à C et C′. A l'aide des deux fonctions U et U′, nous obtenons donc l'intégrale cherchée de l'équation (2).

» 3. C'est l'absence du terme en u dans l'équation (2) qui nous a permis de démontrer l'impossibilité d'un maximum ou d'un minimum pour

toute intégrale. Si l'on reprend l'équation complète (1), il semble qu'il ne subsiste rien des raisonnements du paragraphe précédent. On peut cependant établir un résultat très général, qui comprendra d'ailleurs le précédent comme cas particulier.

» Dans la région considérée du plan ($B^2 - AC < 0$), A et C sont évidemment de même signe; je dis que *si le coefficient* F *est de signe contraire à* A *et* C, *une intégrale sera complètement déterminée par ses valeurs le long d'un contour fermé.*

» Pour abréger, nous allons indiquer la démonstration pour l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2D\frac{\partial u}{\partial x} + 2E\frac{\partial u}{\partial y} + Fu = 0.$$

F, par hypothèse, est négatif et ne s'annule pas dans la partie du plan que nous étudions.

» Nous devons montrer d'abord qu'*une intégrale u continue ne peut s'annuler le long d'un contour fermé sans être identiquement nulle.* La fonction u gardera un signe invariable dans le contour ou bien s'annulera le long de certaines lignes; dans le second cas, l'aire se trouvera partagée en plusieurs aires partielles, sur le périmètre desquelles l'intégrale s'annulera en gardant à l'intérieur un signe invariable. Prenons l'une d'elles, et supposons u positif à l'intérieur. Pour un point au moins (x_0, y_0), u devra passer par un maximum; soit u_0 la valeur de u en ce point. En développant u, nous avons

$$u = u_0 + u_n(x - x_0, y - y_0) + u_{n+1}(x - x_0, y - y_0) + \ldots.$$

n, qui est plus grand que l'unité, doit être nécessairement égal à *deux;* car, dans le cas contraire, l'ensemble des termes constants dans l'équation, après la substitution, se réduirait à $F_0 u_0$, en désignant par F_0 la valeur de F pour (x_0, y_0), et l'on devrait avoir $u_0 = 0$, ce qui est absurde. Nous avons donc $n = 2$, et la substitution donne

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + F_0 u_0 = 0;$$

or, soit

$$u_2 = \alpha(x - x_0)^2 + 2\beta(x - x_0)(y - y_0) + \gamma(y - y_0)^2,$$

l'équation précédente se réduit à

$$2(\alpha + \gamma) + F_0 u_0 = 0.$$

D'ailleurs, α et γ sont de même signe, puisque (x_0, y_0) correspond à un maximum de la fonction. D'autre part, u_0 est positif et F_0 négatif; donc α et γ sont positifs. Mais il y a là une contradiction, car alors u_0 serait pour u non un maximum, mais un minimum; le théorème est donc établi. Les mêmes considérations démontrent que, si u est positif et inférieur à une quantité g sur un contour, on aura aussi à l'intérieur $u < g$.

» Le procédé alterné peut encore être employé ici avec succès. Pour le montrer, supposons d'abord que la succession donnée des valeurs soit positive. Nous pouvons faire les raisonnements du n° 2. Ceux-ci ne s'appuyaient pas, en effet, d'une manière nécessaire sur l'impossibilité d'un maximum ou d'un minimum, mais sur le fait suivant : quand deux intégrales u et v sont telles que le long d'un contour on ait

$$u \geqq v,$$

il en est encore de même de l'intérieur du contour. Ceci revient à dire que, si une intégrale est positive ou nulle sur un contour, elle sera positive ou nulle à l'intérieur. Il en est bien ainsi; car, si la fonction devenait négative, elle aurait un minimum u_0 pour un certain système de valeurs (x_0, y_0), et u_0 serait négatif. Reprenant alors les notations précédentes, nous avons encore

$$2(\alpha + \gamma) + F_0 u_0 = 0,$$

égalité qui nous montre que α et γ sont négatifs; (x_0, y_0) correspondent donc à un maximum, ce qui est absurde. Ajoutons que cette intégrale, positive ou nulle sur un contour fermé, ne pourra pas s'annuler à l'intérieur; car, si elle s'annule pour (x_0, y_0), ce point correspondra à un minimum. Mais, d'autre part, la substitution dans l'équation donne

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_n}{dy^2} = 0,$$

ce qui implique encore contradiction.

» Nous avons supposé que la succession donnée des valeurs était positive. Il n'y a aucune difficulté pour le cas général, puisque nous pouvons maintenant, par un changement de fonction, revenir au cas où il n'y a pas de terme en u. Soit, en effet, z une intégrale de l'équation restant positive (et non nulle) dans le contour et un peu en dehors; nous venons de voir qu'il existe de telles intégrales. Nous n'aurons qu'à poser $u = zv$, pour avoir une équation en v rentrant dans le type étudié au n° 2.

» Je citerai seulement comme exemple l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - a^2 u = 0.$$

» C'est par lui que j'ai commencé (*Acta Math.*, t. XII) mes recherches relatives aux déterminations des intégrales par leurs valeurs sur un contour fermé. On voit de quelle généralisation sont susceptibles les résultats si particuliers que nous avions alors obtenus. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les boules de feu ou globes électriques du tornado de Saint-Claude, d'après le Rapport de M.* Cadenat; par M. **H. Faye.**

« Les phénomènes mécaniques des trombes (ou tornados) sont aujourd'hui si bien connus que celles des 18 et 19 août dernier ne sauraient nous apporter d'importantes révélations à ce sujet. Leur étude détaillée n'en offrira pas moins un vif intérêt. Celle du 19 août surtout présente cette particularité d'avoir eu à traverser un pays de montagnes, et nous offre une excellente occasion d'étudier les modifications que la rencontre d'obstacles élevés, de vallées profondes, a introduites dans son mode d'action sur le sol, sans que sa trajectoire générale, dépendante de causes supérieures aux cimes du Jura, ait été modifiée ([1]). Il est clair que l'on doit rencontrer là, mais seulement en bas, des effets mécaniques sensiblement différents de ceux que présentent les ravages ordinaires d'un tornado dans des plaines unies ou peu accidentées comme celles des États-Unis. Il faudra pour cela que tous les détails de sa marche soient étudiés et comparés au relief du sol, comme on va le faire dans les cantons de Vaud et de Neuchâtel en Suisse, et comme on le fera certainement en France.

» Mais il est une autre question sur laquelle les récents tornados nous fourniront des documents du plus haut intérêt. On sait que la plupart des trombes ou des tornados sont précédés, suivis ou accompagnés d'orages à grêle, à averses, avec tonnerre, éclairs et traits fulgurants; mais il arrive

---

([1]) Il a pris en écharpe, dit M. Bourgeat dans son excellent Rapport du 1er septembre, les grandes arêtes du Jura, mais celles-ci ne l'ont pas sensiblement dévié. A Ronchette, à Saint-Claude, à Longchaumois, aux Arcets, il a franchi, comme d'un bond, des rochers de 300m à 400m, sans qu'il ait éprouvé d'autre effet que d'être momentanément découpé en deux.

aussi, plus rarement il est vrai, que d'autres phénomènes beaucoup moins connus s'y produisent et se mêlent aux manifestations ordinaires. M. Cadenat, professeur de Physique au Collège de Saint-Claude, ayant bien voulu m'adresser une Note où il faisait mention de globes électriques, je me suis empressé de lui demander des détails plus étendus à ce sujet. M. Cadenat vient de m'envoyer un Rapport complet dont j'extrais, pour les communiquer à l'Académie, les passages relatifs à ces étonnantes manifestations électriques qu'on n'observe guère que dans les orages accompagnés de trombes descendant à peu près jusqu'au sol. On pourra comparer ces faits à ceux que M. Arago a réunis dans sa Notice sur le tonnerre (*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1838) et à ceux que M. Mendenhall, superintendant U. S. Coast and Geodetic Survey, a publiés dans le numéro de février dernier de l'*American meteorological Journal*.

» Je demande la permission d'y joindre un bien ancien souvenir de famille. Pendant un violent orage de nuit, un de ces globes pénétra, probablement par la cheminée, dans la chambre d'une domestique, à côté de celle où ma mère et ma sœur s'étaient réfugiées. Elles ne virent pas ce globe, mais elles l'entendaient circuler avec un fort grondement. Heureusement la domestique, qui était couchée, dormait si profondément qu'elle ne se réveilla pas. Au bout de quelques instants, qui parurent bien longs, la boule passa par-dessous la porte en enlevant quelques copeaux de bois dont j'ai vu les traces, puis on l'entendit se diriger, par un long corridor, vers une fenêtre donnant sur une cour beaucoup plus basse; elle cassa le coin d'une vitre et tomba sur un amandier qu'elle brisa avec explosion. Le phénomène était si effrayant, ou du moins l'émotion fut si vive que ma sœur en garda une pâleur mortelle pendant des semaines entières.

» Chose bien remarquable, aux États-Unis les tornados sont rarement accompagnés de boules électriques pareilles à celles des tornados récents de Dreux ou de Saint-Claude, ou des tornados plus anciens d'Assonval (1822) et de Châtenay (1835); si rarement que, dans le concours ouvert l'an passé par les éditeurs de l'*American meteorological Journal* pour la théorie des tornados, les pièces couronnées ne s'en occupent pas et les mentionnent à peine. Cela tient peut-être à ce que les tornados américains se montrent le plus souvent en plein jour (4^h ou 5^h après midi) et que les météores susdits n'ont généralement qu'un éclat assez faible, tandis qu'en France les tornados des 18 et 19 août ont fait leur apparition la nuit ou le soir, à la nuit tombante.

» On sait que M. Gaston Planté a essayé de reproduire expérimentalement ces boules électriques. J'ai tenté moi-même d'en ébaucher une explication, il y a quatorze ans, dans ma Notice *Sur les orages et sur la formation de la grêle* (¹), en les rattachant aux mouvements giratoires qui président invariablement aux phénomènes orageux. Quoi qu'il en soit, on ne saurait trop appeler l'attention des physiciens sur ces faits surprenants, où l'électricité se manifeste sous une forme si différente des décharges ordinaires des éclairs et de la foudre, et échappe totalement à l'action des paratonnerres. C'est peut-être, dans la nature purement physique, le seul phénomène qui se présente comme un être à part, sans rapport avec ce qui l'entoure et avec le lieu de son origine, tâtonnant comme s'il cherchait sa voie et doué pour cela d'une aptitude singulière à franchir les obstacles en les trouant, comme les tourbillons gazeux d'une explosion (Daubrée), ou en se déformant lui-même, comme les anneaux-tourbillons de Sir W. Thomson, jusqu'à ce qu'il vienne se briser sur d'autres obstacles lorsque les girations internes se sont ralenties, ou s'évanouir sans résultat apparent.

» Voici l'exposé du professeur de Physique de Saint-Claude :

» Parmi les phénomènes électriques qui ont accompagné la trombe, les plus fréquents et les plus sérieusement constatés sont les boules de feu. Tous les renseignements recueillis, aussi bien à Saint-Claude que dans les villages traversés par la trombe, sont absolument les mêmes et ne présentent aucune divergence. On peut citer quelques faits précis.

» Un paysan de Viry, rentrant chez lui avec son bétail et surpris par l'ouragan, voit une boule de feu qui descend rapidement. Saisi de frayeur, il se jette aussitôt par terre. Le globe lumineux frappe le sol, éclate avec fracas et le couvre de poussière. C'est le seul cas d'explosion constaté.

» Des habitants de *Vers l'Eau* et de *Samiset* ont vu des boules « grosses comme la tête », d'un rouge vif, s'avancer lentement vers des greniers, mettre le feu au foin et disparaître.

» A Saint-Claude, beaucoup de personnes, qui, au moment de l'ouragan, luttaient de pression avec le vent pour tenir leurs fenêtres fermées, ont vu des boules de feu de la grosseur « d'une boule de billard » emportées avec rapidité dans le sens de la trombe. D'autres, en très grand nombre, ont vu des globes de feu pénétrer dans leur appartement par les cheminées ou par les portes des fourneaux, et se mouvoir lentement dans les chambres en laissant derrière eux un sillage lumineux, légèrement courbé en spirale.

» M. Mermet, rue du Pré, a vu trois boules de feu descendre, derrière sa maison, dans une cour intérieure. Deux ont gardé un mouvement lent à quelque distance du sol. La troisième s'est abattue sur une barre de fer que le vent venait de projeter sur

(¹) *Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1877.

le mur, un peu au-dessus d'une fenêtre. Puis elle a rebondi sur le sol et a marché à la surface de la terre l'espace de quelques mètres. Elle s'est engagée, en changeant brusquement de direction, dans un corridor où se trouvait un escalier descendant dans la rue. Arrivée à l'extrémité de l'escalier, la boule passa entre le mur et la porte qui se trouvait ouverte, détruisit en grande partie la serrure, enleva les ferrures de la porte et passa dans la rue en faisant un grand trou dans cette porte et en la fendant littéralement du haut en bas.

» A l'imprimerie de l'*Écho de la Montagne*, M. Enard, journaliste, a vu des boules de feu attirées par les pointes de fer d'une grille et sauter de pointe en pointe pendant toute la durée de la tempête (¹).

» M. Hytier, architecte, qui de son balcon a vu arriver le météore, a vu celui-ci sillonné en tous sens par de nombreux globes de feu.

» On a remarqué aussi un grand nombre d'étincelles qui remplissaient l'air.

» Il est probable que c'est à cause de cette forme particulière de la foudre que l'on n'a à lui attribuer aucune victime; car on peut affirmer qu'aucune des cinq personnes mortes n'a été foudroyée. J'oubliais de dire que M. Gauthier, professeur au *Sentier* (Suisse), me signale trois cas de foudre globulaire dans cette commune.

» Les dégâts matériels dus à la foudre globulaire sont intéressants à étudier. Ainsi, on signale plusieurs serrures faussées; on remarque aussi un grand nombre de trous circulaires pratiqués dans les vitres des devantures. Leur diamètre est, en général, de 8^{cm}; la cassure est franche, non étoilée, douce au toucher du côté de l'intérieur, et présentant vers le dehors une petite arête vive. L'épaisseur du verre, dans l'espace de 1^{cm}, va graduellement en diminuant vers le bord de la cassure. Quelquefois on voit, dessinée sur le verre, une série d'ondes concentriques au trou circulaire, d'une amplitude constante, et dont la hauteur va en décroissant vers le bord. Il y a donc eu tout autour un commencement de fusion. Cet effet se voit notamment au buffet de la gare....

» Pour terminer, je citerai les deux faits suivants, qui sont arrivés à l'usine à gaz dans les appartements du Directeur. Un rideau en fil de coton blanc a subi dans les fibres une certaine désorganisation. On ne distingue rien à la vue, mais au toucher le plus faible effort le transforme en une espèce de charpie. Je remets ci-joint un échantillon de ce rideau. Un second rideau jaune damassé a été blanchi par places vers le milieu. L'action décolorante de l'ozone est ici manifeste. Enfin une odeur de soufre caractéristique, due à l'ozone formé par la foudre, s'est répandue partout à la suite des globes de feu.

» Je remets sur le bureau de l'Académie, à titre de documents à consulter :

» 1° Le Mémoire de M. Cadenat et la Lettre qui accompagnait cet envoi;

» 2° Un graphique donnant, à l'usine à gaz de Saint-Claude, la pression

---

(¹) Ce phénomène se rapporte sans doute aux feux Saint-Elme, plutôt qu'à des boules électriques. H. F.

du gaz dans la conduite centrale (en colonne d'eau), ou plutôt l'excès de pression par rapport à l'atmosphère;

» 3° Le graphique du baromètre enregistreur de Morges (Suisse), dû à M. Forel;

» 4° La Carte d'État-Major de Saint-Claude, sur laquelle est tracée la trajectoire de la trombe d'Oyonnax au lac des Rousses;

» 5° La Carte du Ministère de l'Intérieur, donnant la trajectoire du lac des Rousses au lac de Joux;

» 6° Une Carte du canton de Vaud et de Neuchâtel, donnant la fin de la trajectoire. Ce dernier tracé est moins précis que les autres, faute de renseignements suffisants pour cette région;

» 7° Un morceau du rideau dont le tissu a été désorganisé par l'électricité;

» 8° Plus une série d'observations météorologiques du mois d'août, faites à Saint-Claude par le Principal du collège. »

Au sujet de cette Communication, M. **Mascart** émet l'opinion qu'il serait prudent de faire des réserves sur l'existence du tonnerre en boule, en tant que phénomène physique réel, au moins dans un certain nombre de cas où les propriétés de ces globes de feu paraissent tout à fait extraordinaires. Il y aurait lieu de faire la part des illusions d'optique et des erreurs de jugement auxquelles sont exposés les observateurs, dans l'appréciation de ces apparences dont la durée est toujours très courte.

S. M. **dom Pedro d'Alcantara**, présent à la séance, fait remarquer que, il y a près de quarante ans, voyageant à cheval dans la province de Rio-Grande du Sud, il a vu, de ses yeux, la foudre en boule tomber et parcourir les champs pendant quelques instants, puis éclater avec un bruit assez fort.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE. — *Sur le mouvement du pendule de Foucault.* Mémoire de M. **de Sparre**, présenté par M. Resal. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Hermite, Resal, Sarrau, Léauté.)

« J'ai donné les formules relatives au pendule de Foucault, d'abord dans ma Thèse, en 1882, puis dans un Mémoire publié peu après. Je reviens aujourd'hui sur cette question.

» Premièrement, si l'on étudie directement le mouvement du pendule de Foucault, l'intégrale qui détermine l'azimut φ du pendule appartient à la catégorie des intégrales singulières. En effet, tous les éléments de cette intégrale contiennent en facteur la vitesse angulaire ω de la rotation de la Terre, sauf ceux qui correspondent à des valeurs de l'angle d'écart θ, très petites, de l'ordre de ω; ces derniers éléments contiennent en facteur $\frac{1}{\omega}$ au lieu de ω; ils ont, par suite, une influence absolument prépondérante. Il est indispensable, pour être rigoureux, d'en faire une étude spéciale et approfondie; c'est le premier but que je me propose dans mon travail.

» Secondement, j'ai voulu établir les formules relatives au pendule de Foucault, directement, par les développements en série, et sans avoir recours à l'emploi des fonctions elliptiques, comme je l'avais fait dans les études précédentes.

» Troisièmement, j'ai pensé qu'il était utile, au point de vue des expériences qui pouvaient être faites, de se rendre compte de l'influence de la résistance de l'air, supposée proportionnelle au carré de la vitesse.

» Voici les résultats principaux auxquels je suis arrivé :

» On doit d'abord remarquer que, le pendule de Foucault décrivant non un plan, mais une courbe très aplatie, le plan d'oscillation n'existe pas, à proprement parler; mais, comme dans les études précédentes, j'appelle *plan d'oscillation* un plan qui tourne d'un mouvement uniforme pendant une oscillation autour de la verticale avec une vitesse angulaire d'ordre ω, et de telle façon que le pendule se trouve dans ce plan au commencement et à la fin de l'oscillation considérée.

» Le plan d'oscillation étant ainsi défini, et en désignant par θ_0 l'angle d'écart initial; φ_0 l'azimut du point de départ, compté à partir de la partie du plan du méridien dirigée vers l'équateur; λ la latitude du lieu, et posant

$$n = \omega \sin\lambda, \qquad m = \omega \cos\lambda,$$

on a, dans le vide, pour la vitesse de rotation $\frac{d\tau}{dt}$ du plan d'oscillation,

$$\frac{d\tau}{dt} = -n + \frac{n \sin^2\theta_0 + \cos\varphi_0 (\theta_0 - \sin\theta_0 \cos\theta_0)}{4} \frac{G}{H},$$

où

$$G = \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{4^2 - 1}{4} k^2 + \ldots + \left[\frac{1.3\ldots(2n-3)}{2.4\ldots(2n-2)}\right]^2 \frac{4n^2-1}{2n} k^{2n-2} + \ldots,$$

$$H = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \ldots + \left[\frac{1.3\ldots(2n-1)}{2.4\ldots 2n}\right]^2 k^{2n} + \ldots,$$

$$k = \sin^2 \frac{\theta_0}{2},$$

les rotations étant comptées positivement dans le sens S.-E.-N.-O.

» Je fais voir de plus que cette vitesse de rotation ne peut être affectée d'une façon appréciable par les causes perturbatrices secondaires qui agissent sur le mouvement du pendule.

» Passant ensuite au mouvement du pendule dans l'air, j'établis les formules complètes pour ce mouvement, lorsque les amplitudes sont quelconques, et je fais voir que la durée de l'oscillation est très légèrement diminuée par la résistance de l'air, mais que l'influence de cette diminution est négligeable, au point de vue de l'expérience.

» Examinant enfin ce qui se passe dans le cas du pendule de Foucault, j'établis que la résistance de l'air a une influence indirecte sur la vitesse de rotation du plan d'oscillation, d'une part parce qu'elle diminue les amplitudes, et de l'autre parce qu'elle déforme la courbe décrite par le pendule, en faisant subir une diminution relative plus grande à l'angle d'écart maximum qu'à l'angle d'écart minimum, de telle sorte que la vitesse du pendule, qui est nulle à l'instant initial, ne l'est plus au commencement d'une oscillation quelconque.

» Si θ_p est l'amplitude pour la $p^{\text{ième}}$ oscillation, je trouve qu'en négligeant les termes en θ^4 la rotation du plan d'oscillation pour la $p^{\text{ième}}$ oscillation est représentée par

$$\frac{d\tau}{dt} = -n + \frac{3n}{16}(\theta_0 + \theta_p^2) + \frac{m\cos\varphi_0}{4}\theta_0^3,$$

et la moyenne rotation du plan pendant les p premières oscillations par

$$\frac{\tau}{t} = -n + \frac{3n\theta_0}{16}(\theta_0 + \theta_p) + \frac{m\cos\varphi_0}{4}\theta_0^3. \text{ »}$$

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses Membres, pour faire partie du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique pendant l'année scolaire 1890-1891.

M. **Bouquet de la Grye** fait hommage à l'Académie, pour la Bibliothèque de l'Institut, des Cartes suivantes publiées pendant le mois de septembre 1890 par le Service hydrographique de la Marine :

Numéros.

4381. Du cap Tourane au cap Batangan (Annam, mer de Chine).
4402. Ports Casilda et Masio (côte sud de Cuba, Antilles).
4413. Partie ouest du détroit de Bass (Australie).
4421. Approches de Greenspond-Port Pool (Terre-Neuve).

716. Annuaire des marées des côtes de France pour l'année 1891.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les figures planes directement semblables.* Note de M. **P.-H. Schoute**, présentée par M. Hermite.

« 1. La considération d'un quadrangle $OA_1A_2A_3$ de forme invariable, dont le sommet O est fixe, démontre le théorème suivant :

» Théorème I. — *Dans un plan qui contient deux figures directement semblables* F_1 *et* F_2, *on construit, sur le segment* A_1A_2 *de la droite qui joint deux points homologues* A_1 *et* A_2 *de* F_1 *et* F_2, *comme base un triangle* $A_1A_2A_3$ *directement semblable à un triangle* $B_1B_2B_3$ *donné. Si les points* A_1 *et* A_2 *parcourent les figures données* F_1 *et* F_2, *le troisième sommet* A_3 *décrit une troisième figure* F_3 *directement semblable à* F_1 *et* F_2. *Et les trois figures admettent deux à deux le même point double* O.

» 2. De ce théorème intuitif et très général, qui domine la théorie des figures directement semblables, découlent, comme cas particuliers, beaucoup d'autres en apparence plus compliqués. Nous en citons les suivants :

» Théorème II. — *Dans le plan des figures* F_1 *et* F_2, *il existe une troisième figure* F_3 *directement semblable à* F_1 *et* F_2, *de manière que le lieu du point d'intersection* P *des tangentes homologues* t_1 *et* t_2 *de deux courbes homologues quelconques* C_1 *et* C_2 *de* F_1 *et* F_2 *soit la podaire de la courbe homologue* C_3 *de*

F_3 *par rapport à un point déterminé, le point double* O *de* F_1 *et* F_2, *qui est en même temps le point double commun de* F_1, F_2, F_3.

» Théorème III. — *De plus, il existe dans le même plan une figure* F_α *directement semblable à* F_1 *et* F_2, *de manière que l'enveloppe de la droite* t_α *par le point d'intersection* P *de* t_1 *et* t_2, *pour laquelle l'angle* (t_1, t_α) *est égal à un angle donné* α, *soit la courbe homologue* C_α *de* F_α. *Si* α *varie, les figures* F_α *forment un faisceau tangentiel (lieu des points correspondants* $P_\alpha =$ *un cercle, enveloppe des droites correspondantes* $d_\alpha =$ *un point) qui embrasse* F_1 *et* F_2, *et dont le point double* O *de* F_1 *et* F_2 *est le point double commun.*

» Théorème IV. — *Dans le plan des deux figures* F_1 *et* F_2, *où l'on a fixé deux points homologues quelconques* A_1 *et* A_2, *il existe une figure* F_μ *directement semblable à* F_1 *et* F_2 *et un point* A_μ, *de manière que le lieu du point* P_μ *divisant dans un rapport donné* μ *le segment* P_1P_2 *de la droite qui joint la projection* P_1 *de* A_1 *sur la tangente* t_1 *de la courbe* C_1 *de* F_1 *à la projection* P_2 *de* A_2 *sur la droite homologue* t_2 *de* F_2 *soit la podaire de la courbe homologue* C_μ *de* F_μ *par rapport à* A_μ. *Le point* A_μ *se trouve sur* A_1A_2 *et divise ce segment dans le rapport donné* μ. *Si* μ *varie, les figures* F_μ *forment un faisceau ponctuel (lieu des points correspondants* $P_\mu =$ *une droite, enveloppe des droites correspondantes* $d_\mu =$ *une parabole) qui embrasse* F_1 *et* F_2, *et dont le point double* O *de* F_1 *et* F_2 *est le point double commun.*

» 3. Le dernier théorème admet une extension importante, qui le fait sortir hors du cadre des conséquences directes du théorème général mis en tête de cette Note. Si l'on remplace les deux points homologues A_1 et A_2, qui y entrent, par le point Q_1 de F_1 et le point R_2 de F_2 qui ne se correspondent pas, le point homologue de Q_1 de F_1 en F_2 étant Q_2 et celui de R_2 de F_2 en F_1 étant R_1, on trouve :

» Théorème V. — *Dans le plan des deux figures directement semblables* F_1 *et* F_2 *et des points* Q_1 *et* R_2, *il existe encore une figure* F_μ *directement semblable à* F_1 *et* F_2 *et un point* S_μ, *de manière que le lieu du point* P_μ *divisant dans le rapport donné* μ *le segment* P_1P_2 *de la droite qui joint la projection* P_1 *de* Q_1 *sur la tangente* t_1 *de la courbe* C_1 *de* F *à la projection* P_2 *de* R_2 *sur la droite homologue* t_2 *de* F_2 *soit la podaire de la courbe homologue* C_μ *de* F_μ *par rapport à* S_μ. *Si* μ *varie, le point* S_μ *décrit une cubique circulaire et unicursale. Et les points de* F_1 *et* F_2, *homologues aux points* S_μ *des figures* F_μ, *parcourent les circonférences de cercle décrites sur* Q_1R_1 *et* Q_2R_2 *comme cordes et capables de l'angle des figures* F_1 *et* F_2 *formé par* Q_1R_1 *et* Q_2R_2.

» On sent que ce théorème n'est plus un cas particulier du théorème principal. En effet, les lieux des différents points P_μ de la droite P_1P_2 sont

semblables aux podaires d'une même courbe par rapport aux points d'une circonférence; ces lieux ne sont donc plus semblables entre eux, etc.

» 4. Les théorèmes que nous venons d'énoncer sont utiles dans un grand nombre de questions. Nous nous bornons aux deux problèmes suivants, qui exigent, dans la démonstration, l'emploi du dernier théorème :

» 1° *Deux points* P_1 *et* P_2 *se meuvent d'une manière continue sur un limaçon de Pascal à point double* O, *sous la condition que l'angle* P_1OP_2 *reste constant. Démontrer que le milieu du segment* P_1P_2 *décrit un limaçon.*

» 2° *Dans un plan, on donne quatre figures directement semblables, dont quatre droites homologues quelconques* d_1, d_2, d_3, d_4, *par leur intersection successive, forment quatre points concycliques. Démontrer que, si l'on fait envelopper les droites d des courbes homologues* C *des figures, les sommets, les milieux des côtés et des diagonales, le centre de gravité de masses déterminées placées aux sommets et le centre du cercle circonscrit du quadrilatère formé par les droites d homologues parcourent tous des podaires de courbes semblables aux courbes* C. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de dosage de l'urée.* Note de M. **P. Miquel**, présentée par M. Schützenberger.

« J'ai dit antérieurement que, pour obtenir le ferment soluble de l'urée au moyen des bacilles urophages très actifs, il était utile d'additionner les bouillons de culture d'un peu de carbonate d'ammoniaque. Cette précaution a seulement pour but d'alcaliniser assez fortement le milieu, de façon à permettre à ces bacilles de croître aisément dans le liquide; à défaut de cette alcalinité, les ensemencements restent d'ordinaire inféconds.

» Mais, parmi les microbes urophages, beaucoup, notamment les micrococques et les sarcines, peuvent se développer dans le bouillon neutralisé et même légèrement acide; plusieurs de ces micro-organismes croissent uniquement au fond des vases en produisant des dépôts plus ou moins granuleux qui ne troublent jamais la limpidité de la liqueur, et la chargent d'une quantité élevée de ferment soluble. Ce sont ces liquides, d'une grande transparence, que l'on doit choisir de préférence pour le dosage de l'urée.

» S'il s'agit de doser simplement de l'urée tenue en dissolution dans de l'eau pure, l'opération est de la plus grande simplicité : on mélange à parties égales le bouillon diastasifère et la solution d'urée, on prend immédiatement un repère alcalimétrique, et le mélange est maintenu pendant

deux heures à 50° dans un vase à peu près plein et bien bouché à l'émeri. Au bout de ce temps, un second essai alcalimétrique fait connaître la quantité de carbonate d'ammoniaque produit et, par suite, le poids de l'urée primitivement contenu dans la solution.

» Quand le liquide à doser en urée est de l'urine ou un liquide organique, il est bon, si l'on veut éviter les causes d'erreur qui peuvent dépendre de l'absorption de l'ammoniaque, soit par des acides, sels acides, ou de la formation des sels ammoniacaux doubles, de traiter à chaud le liquide renfermant de l'urée par un léger excès de carbonate d'ammonium. La liqueur refroidie, filtrée si elle a donné des dépôts, est traitée comme les solutions d'urée dans l'eau pure.

» Cette méthode offre une très grande précision; une même urine, pour donner un seul exemple, normale, diluée au $\frac{1}{2}$, au $\frac{1}{3}$ et au $\frac{1}{4}$, a fourni les chiffres suivants : teneur en urée par litre : 12gr,71, 12gr,70, 12gr,71. On comprendra d'ailleurs qu'il n'en peut être autrement, le ferment soluble de l'urée étant capable de déceler la présence de quelques centigrammes d'urée tenus en dissolution dans 1lit de liquide.

» Si le poids de l'urée contenu dans les liquides à analyser atteignait 10 pour 100 ou 100gr par litre, on devrait recourir à la dilution des liquides; car passée cette dose, l'urée devient toxique pour son ferment soluble, dont l'action est très faible sur les solutions à 20 pour 100, et nulle sur les solutions à 30 pour 100. Si pareil cas pouvait se présenter, on résoudrait la difficulté en étendant d'eau les liqueurs.

» Le carbonate d'ammonium ajouté préventivement en excès aux liquides impurs ou de nature organique, pour sauvegarder la quantité intégrale de carbonate d'ammoniaque produite ultérieurement sous l'influence de la diastase, ne gêne en rien le pouvoir hydratant du ferment soluble, qui s'exerce avec autant de rapidité et aussi complètement que si ce sel n'existait pas dans la liqueur. Le chlorure de sodium à faible dose, l'acide urique, les sels ammoniacaux et alcalins, les principes extractifs, l'albumine, le sucre à très haute dose ne faussent en rien ces dosages; on sait, au contraire, qu'il est loin d'en être ainsi quand on dose l'urée au moyen des agents chimiques qui ont la faculté d'en extraire l'azote sous la forme de gaz.

» Cependant, il existe plusieurs substances qui entravent l'action de la diastase qui nous occupe. Je me réserve de revenir sur ce sujet dans une prochaine Communication, où j'étudierai les propriétés de ce corps singulier. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Destruction du virus tuberculeux, par les essences évaporées sur de la mousse de platine.* Note de M. **Onimus**, présentée par M. Verneuil.

« Nous sommes arrivé à détruire la virulence du bacille tuberculeux par l'emploi d'essences évaporées sur de la mousse de platine incandescente.

» Sur des lapins et sur des cobayes, nous avons injecté des crachats de tuberculeux et, comme l'autopsie l'a démontré, ces animaux sont devenus tuberculeux. Sur d'autres lapins et sur des cobayes, nous avons injecté les mêmes crachats, que nous avions soumis préalablement à l'influence d'essences évaporées sur de la mousse de platine, et, à l'exception d'un seul, aucun de ces animaux n'a présenté de lésions tuberculeuses.

» Le dispositif de l'expérience est le suivant : on fait barboter, à l'aide d'un aspirateur, dans les crachats maintenus dans des tubes de Liebig, les produits qui se dégagent d'une lampe à mousse de platine entretenue incandescente par un mélange d'alcool et de différentes essences.

» Quelques essences, l'essence de térébenthine entre autres, ont l'inconvénient de produire du noir de fumée qui obstrue rapidement les pores de la mousse de platine; nous avons surtout employé les essences de thym, de citron, d'eucalyptus : celle de thym nous paraît la meilleure de toutes.

» L'évaporation de l'alcool seul suffit à atténuer la virulence; mais l'action est moins énergique qu'avec le mélange des essences. En effet, le lapin qui présentait des lésions tuberculeuses avait été injecté avec des crachats n'ayant subi que le contact des produits de l'évaporation de l'alcool seul sur la mousse de platine.

» Dans une autre série d'expériences, nous avons ajouté du naphtol au liquide à évaporer, mais nous n'avons constaté aucune différence dans les résultats, soit que les essences aient été employées seules, soit qu'elles aient été mélangées au naphtol.

» On sait que les essences possèdent une action antiseptique, mais celle-ci est considérablement augmentée par l'évaporation sur la mousse de platine incandescente. Il se forme de l'ozone et des produits d'oxydation qui ont, pour ainsi dire, l'énergie des corps à l'état naissant. Les propriétés des essences en sont tellement accrues qu'on dirait de nouveaux corps. Ainsi, tandis qu'il faut plusieurs heures pour que l'évaporation

ordinaire de ces essences détruise la fétidité de viandes altérées, il suffit de moins d'un quart d'heure pour obtenir le même résultat en employant la mousse de platine incandescente.

» De même, en plaçant du sang frais sous une cloche où fonctionne notre lampe, celui-ci, trois jours après, présente encore les globules rouges dans leur état normal, tandis qu'ils ont disparu dans ce même sang laissé à l'air libre. De plus, ce dernier sang injecté sous la peau de lapins ou de cochons d'Inde détermine la mort par septicémie, tandis que les injections du sang maintenu dans l'atmosphère des essences oxydées ne provoquent aucun accident.

» Il y a déjà deux ans que nous avons fait ces expériences sur la septicémie, et ce sont elles qui nous ont amené à essayer cette action sur la virulence du bacille tuberculeux. Pour atteindre ce dernier dans l'organisme, aucun procédé ne peut être aussi avantageux que celui qui permet d'introduire, à la faveur de l'air évaporé, les principes médicamenteux. Au moyen de leur évaporation sur de la mousse de platine, ils ne sont pas à l'état de vapeurs pouvant se condenser dès leur entrée dans les bronches, mais forment avec l'air un mélange intime.

» Pour bien démontrer qu'ils arrivent jusque dans les vésicules pulmonaires, nous avons ajouté, au liquide contenu dans la lampe, différentes substances dont l'absorption donne des symptômes typiques, telles que la morphine et la strychnine. Des rats et des cobayes auxquels nous avons fait respirer le produit de ces mélanges ont aussitôt présenté les accidents caractéristiques de ces substances.

» Une autre preuve de l'introduction dans les parties profondes du poumon des principes médicamenteux est la rapidité avec laquelle, chez les phtisiques à grandes cavernes et chez les malades atteints de pleurésie purulente avec perforation, les crachats sont heureusement modifiés et perdent leur mauvaise odeur au bout de fort peu de temps.

» Les maladies de la poitrine, et surtout la phtisie, sont des affections trop complexes pour que nous ayons la prétention de les guérir uniquement par ces procédés, mais nos expériences sur les animaux et des observations chez des malades nous autorisent à dire que l'évaporation de certaines essences sur la mousse de platine incandescente est le moyen le plus énergique et le plus pratique pour *panser* les lésions profondes du parenchyme pulmonaire. »

ZOOLOGIE. — *Sur la fécondation de l'*Hydatina senta *Ehr.* Note de M. **Maupas**, transmise par M. de Lacaze-Duthiers.

« En faisant connaître les premiers résultats de mes recherches sur la fécondation de l'*Hydatina senta* (1), j'ai commis une erreur que de nouvelles observations me permettent de corriger aujourd'hui. Cette rectification, d'ailleurs, loin de changer le fond de la question, la complète en la précisant et lui donne une portée plus générale.

» J'ai affirmé que, parmi les jeunes femelles accouplées en temps opportun, il en était un certain nombre chez lesquelles la fécondation n'avait cependant pas lieu, puisque, arrivées à maturité, elles pondaient les unes des œufs parthénogénétiques mâles, les autres des œufs parthénogénétiques femelles. J'aurais dû parler seulement d'œufs femelles. De nouvelles expériences m'ont, en effet, donné la certitude que, avec des accouplements effectués dans des conditions physiologiques parfaites, tant du côté de la femelle que du mâle, les seules Hydatines non fécondées sont toujours et sans exception des pondeuses de femelles.

» Pour obtenir cette démonstration, j'ai isolé 822 jeunes Hydatines, prises dans des générations différentes d'une de mes cultures. Sur ce nombre, j'en ai fait accoupler 342, sans les perdre de vue un instant, de façon à avoir la certitude que toutes s'étaient bien unies avec un ou plusieurs mâles. Or, 252 ont pondu des œufs fécondés ou œufs d'hiver et 90 des œufs parthénogénétiques femelles ; soit 74 pour 100 des premières et 26 pour 100 des secondes.

» Comme contrôle de ces premières expériences, j'ai élevé, à l'abri de tout contact des mâles, les 480 autres jeunes Hydatines, sœurs des précédentes. Je les ai suivies jusqu'à la ponte de leurs premiers œufs. 361 ont pondu des œufs parthénogénétiques mâles et 119 des œufs parthénogénétiques femelles : soit 75 pour 100 des premières et 25 pour 100 des secondes.

» Ces femelles accouplées et non accouplées ayant été tirées des mêmes générations, sans choix et sans préférence d'aucune sorte, il résulte de la concordance entre la proportion de pondeuses fécondées de la première série et de pondeuses d'œufs parthénogénétiques mâles de la seconde, que ces dernières seules sont susceptibles de fécondation. L'accouplement demeure invariablement sans effet avec des pondeuses de femelles.

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXI, p. 310; 1890.

» Une seconde conséquence, non moins intéressante, découlant de la même concordance, c'est que l'état de pondeuse mâle et de pondeuse femelle est déjà déterminé avant l'éclosion des œufs parthénogénétiques femelles. Tout porte à croire que cette prédestination s'établit dès l'origine de chaque œuf, quand il se différencie et commence à s'accroître dans l'ovaire maternel. En tout cas, l'influence d'une nourriture plus ou moins abondante, pendant la période d'accroissement des jeunes Hydatines, se trouve nécessairement exclue. Je ne désespère pas d'arriver, par mes expériences, à en saisir le moment et les conditions déterminantes.

» Ces résultats jettent un jour nouveau sur la parthénogenèse, tant des Rotifères que d'autres animaux se multipliant par ce mode de reproduction. Nous avons reconnu que, chez les premiers, la karyogamie fécondatrice n'est plus possible qu'entre éléments germinatifs, dont l'un, le spermatozoïde, est le produit d'un mâle, tandis que le second, l'ovule, s'il se développe isolément, est fatalement prédestiné à devenir lui-même un individu mâle.

» Des faits semblables sont connus depuis longtemps chez certains Hyménoptères. Les œufs d'Abeille non fécondés donnent naissance à des mâles, et il suffit d'empêcher une jeune Reine de s'accoupler, pour la condamner à produire une lignée exclusivement composée de Faux-Bourdons. Il en est de même chez le *Polistes gallica*, chez les *Vespa holsatica* et *V. britannica*, chez les *Nematus ventricosus* et *N. pavidus*, ainsi que chez le *Pteromalus puparum*.

» Chez ces insectes, ainsi que chez l'Hydatine, il s'est établi entre leur parthénogenèse arrénotoque (productrice de mâles) et la karyogamie fécondatrice un rapport si nécessaire, que la seconde n'est plus possible sans la première. Il est fort probable que cette connexité absolue entre la parthénogenèse arrénotoque et la fécondation est encore plus répandue que nous ne le pensons, et que de nouvelles recherches la feront découvrir chez d'autres êtres à reproduction parthénogénétique.

» Voulant m'assurer si la fécondation croisée avait une influence particulièrement favorable, comme je l'ai constaté autrefois chez les Infusoires ciliés, j'ai donné, à de jeunes Hydatines, tantôt des mâles provenant d'une colonie étrangère, tantôt des mâles descendant de mères sœurs de leur propre mère. Chez les conjoints proches parents, comme chez les conjoints étrangers, l'accouplement et la fécondation se sont effectués avec la même facilité et le même succès. Dans les deux séries, toutes les pondeuses de mâles, sans exception et exclusivement, ont été fécondées et ont

pondu des œufs d'hiver. La fécondation croisée ne possède donc aucun avantage chez ce Rotifère. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Expériences de culture du blé dans un sable siliceux stérile.* Note de M. **Pagnoul**, présentée par M. P.-P. Dehérain.

« Ces expériences, entreprises il y a deux ans sur l'œillette et l'année dernière sur le blé, ont été reprises cette année d'une manière plus complète, afin de mettre en évidence l'influence spéciale des divers éléments de l'engrais complet sur le rendement et sur la composition du grain.

» Quelques-uns des douze pots consacrés à ces essais avaient reçu préalablement, en mélange avec le sable, du sulfate de chaux et des phosphates naturels; les principes solubles ont ensuite été introduits, dans le cours de la végétation, à l'état de dissolutions titrées : de nitrate de soude, de sulfate d'ammoniaque, de superphosphate de chaux et de chlorure de potassium. Chaque arrosage introduisait ainsi, dans les vases destinés à les recevoir, $0^{gr},1$ d'azote nitrique ou ammoniacal, d'acide phosphorique soluble ou de potasse. Trente-deux arrosages ont été effectués. Les sulfocyanures existant dans certains résidus d'épuration du gaz d'éclairage employés comme engrais, le n° 7 a été destiné à rechercher l'influence de ces sels. $0^{gr},3$ d'azote employés sous la forme de sulfocyanure de potassium ont suffi pour tuer la plante. Les autres résultats sont résumés dans le Tableau suivant :

	Poids en grammes		Grains pour 100	Matières azotées pour 100
	de la paille.	du grain.	de paille.	de grains.
1. Aucun engrais	10,440	3,350	32	8,968
2. Engrais complet, à azote ammoniacal.	82,240	32,160	39	20,781
3. Engrais complet, à azote nitrique	73,550	35,150	48	19,250
4. Engrais complet, sans superphosphate.	35,040	8,640	25	16,843
5. Engrais complet, sans phosphate naturel	52,240	31,550	60	18,481
6. Engrais complet, sans aucun phosphate	11,720	1,280	10	14,000
8. Engrais sans azote	18,880	7,750	41	8,856
9. Engrais complet, à azote ammoniacal avec magnésie	79,070	35,400	45	20,125
10. Engrais complet, à azote nitrique avec magnésie	56,200	26,940	48	17,281
11. Engrais complet, à azote ammoniacal, sans potasse	35,140	11,500	32	17,606
12. Engrais complet, à azote nitrique, sans potasse	49,360	25,960	53	15,312

» Les conclusions suivantes peuvent se déduire de ces chiffres.

» Les phosphates, surtout à l'état soluble, remplissent un rôle capital dans la production du blé. En rapportant, en effet, les résultats à l'hectare, on trouve que le rendement s'élève, en moyenne, à 46 quintaux avec les engrais complets; qu'il s'abaisse à 12 par la suppression de l'acide phosphorique soluble et à 2 par la suppression de tout acide phosphorique soluble ou insoluble. Leur présence ou leur absence modifie aussi d'une manière complète le rapport entre la production de la paille et celle du grain. On obtient, en effet, pour 100 de paille :

Avec l'acide phosphorique soluble.....	46	de grains
» l'acide insoluble.................	25	»
Sans acide phosphorique.............	10	»

» Enfin, la suppression de l'acide phosphorique retarde d'une dizaine de jours la maturité de la plante.

» La présence et l'absence de l'azote dans l'engrais n'ont pas entraîné d'aussi grandes différences, probablement parce que la plante a pu en prendre une certaine quantité à l'air et aux eaux de pluie. Ainsi la suppression de l'azote seul n'abaisse le rendement que de 46 à 11. Les essais destinés à comparer l'azote nitrique avec l'azote ammoniacal ne donnent qu'une légère supériorité à l'azote nitrique dans l'engrais complet; mais si la potasse est absente, comme dans les n°s 11 et 12, le rapport des rendements est du simple au double. La potasse est donc surtout nécessaire dans les engrais à azote ammoniacal.

» La richesse du grain en matières azotées augmente avec la proportion d'azote mise à la disposition de la plante. Elle descend, en effet, à 8 ou 9 pour 100 dans les plantes à engrais sans azote, tandis qu'elle s'élève jusqu'à 20, c'est-à-dire bien au-dessus du maximum ordinaire, dans celles qui ont reçu l'engrais complet dont la richesse en azote assimilable était plus grande que celle de nos sols les plus fertiles.

» Quelques plantes ont été réservées pour la recherche de l'azote sous les deux formes nitrique et ammoniacale. L'azote nitrique n'a jamais été trouvé en quantité bien appréciable dans les plantes privées d'azote; il s'est élevé jusqu'à 200^{mgr} pour 100^{gr}, surtout en février et mars, dans celles qui avaient reçu de l'azote aussi bien sous forme ammoniacale que sous forme nitrique. Il y a eu exception pour celles du n° 11, qui avaient été privées de potasse, et dont le rendement s'est trouvé très faible. L'azote nitrique n'y a jamais été obtenu en quantité très appréciable. On a pu y

constater, au contraire, des traces sensibles d'azote ammoniacal, tandis que la présence de l'ammoniaque est toujours demeurée fort douteuse partout ailleurs.

» L'azote ammoniacal peut donc être assimilé par les plantes, lorsque la fermentation nitrique fait défaut; mais il paraît être, sous cette forme, notablement inférieur à l'azote nitrique, au point de vue de l'alimentation de la plante. »

MINÉRALOGIE. — *Observations sur le rôle du fluor dans les synthèses minéralogiques.* Note de M. **Stanislas Meunier**.

« Aux faits déjà si nombreux qui témoignent des propriétés minéralisatrices du fluor, je demande à ajouter quelques résultats récemment obtenus, en un temps très court et à l'aide d'une température relativement peu élevée, au laboratoire de Géologie du Muséum.

» Préoccupé d'obtenir une imitation des minéraux feldspathiques, j'ai soumis à un simple feu de coke, dans un petit creuset de graphite, un mélange composé de 32 parties de silice calcinée, de 8 de potasse fondue et de 44 de fluorure d'aluminium. Le combustible ne fut pas renouvelé, et le produit, laissé à refroidir avec le fourneau, fut retiré au bout de quelques heures. Contrairement à ce que donne la fusion du feldspath ou de ses éléments, le culot n'était pas entièrement vitreux et la cassure y montrait déjà un reflet soyeux, indice certain d'une structure cristalline.

» En lame mince, en effet, on voit dans la masse une foule de grains très actifs sur la lumière polarisée. Ce sont d'abord des aiguilles ayant les propriétés de la *sillimanite* et dont les dimensions très variables atteignent fréquemment $0^{mm},11$ en longueur et $0^{mm},014$ en largeur. Avec ces cristaux, qui s'éteignent sous des angles atteignant 35°, se présentent, en extrême abondance, des lamelles hexagonales fréquemment empilées et qui sont d'une très grande minceur : elles consistent en *tridymite*, ou quartz rhombique, dont la reproduction est intéressante dans les conditions de l'expérience. Peut-être résulte-t-elle, conformément à l'opinion courante, d'une décomposition, sous l'influence des émanations fluorées, d'un minéral antérieur, de nature silicatée. Ajoutons que, dans la masse vitreuse générale, se montrent des inclusions variées et des amas globuliformes de matière peu transparente.

» Une seconde série d'expériences a consisté à tenter la reproduction

de l'*anorthite*, en substituant, dans le mélange précédent, la chaux à la potasse. Les proportions employées furent : 43 parties de silice, 20 de chaux et 60 de fluorure d'aluminium ([1]). Le produit eut à peu près le même aspect que le précédent; vitreux en masse, il avait encore un reflet très chatoyant sur les cassures, et la ressemblance intime se poursuit dans la constitution microscopique. Dans les lames minces, on observe encore ici, en effet, les aiguilles de sillimanite associées aux lamelles de tridymite dans une gangue vitreuse générale.

» Comme on voit, il semble que la matière alcaline ou alcalino-terreuse, potasse ou chaux, n'intervienne pas dans la production des éléments cristallisés, et cependant son rôle est certainement des plus actifs. Il est légitime de rattacher la séparation de la tridymite à une sorte de contre-coup de sa présence; car tout le monde sait que H. Sainte-Claire Deville, en soumettant à une haute température un mélange de silice et de fluorure d'aluminium, a obtenu exclusivement la sillimanite, ou un composé voisin, sans trace de quartz.

» A cet égard, il est important d'ajouter que le résultat de l'expérience est tout autre, si, sans rien changer au mode opératoire, on fait intervenir à la fois la potasse et la chaux. Un mélange de 26 parties de silice calcinée, de 12 de chaux, de 2 de potasse et de 25 de fluorure d'aluminium, m'a donné une matière éminemment cristalline, où abondent, en lames minces, les formes caractéristiques du *feldspath labrador*. Ces cristaux, observés dans le sens de l'allongement, donnent avec précision l'angle de 30° pour l'extinction maxima. Beaucoup sont maclés suivant la loi de l'albite, et les plus grands renferment souvent des inclusions sphéroïdales. Parmi ces derniers, il en est qui affectent la disposition en trémies et comprennent des vides polyédriques, de la catégorie des cristaux négatifs. Le verre interposé renferme des filaments qui se rattachent peut-être à la série de la sillimanite.

» On peut, dans des tentatives du genre de celles qui nous occupent, faire intervenir le fluor autrement qu'à l'état de fluorure d'aluminium intimement mélangé aux éléments du minéral à reproduire. J'ai vu des cristallisations très nettes avoir lieu comme conséquence de la fusion de ces éléments au sein d'une brasque de cryolithe. En voici, entre autres, deux exemples concernant la *néphéline* et la *leucite*.

» Pour la *néphéline*, j'ai fait fondre dans un creuset brasqué de cryolithe, un mé-

([1]) C'est le double de la quantité théorique.

lange composé de 22 de silice, 17 d'alumine, 0,2 de sesquioxyde de fer, 8 de soude, 2 de potasse et 1 de chaux. Le tout, bien tassé, a été recouvert d'un lit peu épais de cryolithe en poudre très fine; le creuset est placé au centre d'un fourneau à réverbère rempli de coke et où le combustible n'est pas renouvelé.

» Le culot est d'un gris foncé, grenu et cristallin, montrant sur ses cassures d'innombrables facettes brillantes, très visibles à la loupe. L'examen microscopique d'une lame mince y révèle, dans une masse générale vitreuse pleine d'inclusions et renfermant beaucoup d'aiguilles de sillimanite, un grand nombre de prismes très limpides, à sections de rectangles et d'hexagones, ayant toutes les propriétés de la néphéline. L'éclat vitreux ou résineux, les indices de clivage, suivant les faces *m* et *p*, se joignent à la forme extérieure pour rendre la ressemblance complète. Ces prismes mesurent souvent $0^{mm},15$ de longueur et $0^{mm},09$ de largeur.

» Enfin, pour la *leucite* ou *amphigène*, le succès a été également très net et rapidement obtenu. Le creuset brasqué de cryolithe a reçu un mélange formé de 27 parties de silice, 12 d'alumine et 10 de potasse. Le culot produit, vitreux en partie, est à première vue tout plein de grains cristallins. Au microscope, ses lames minces présentent, dans une matrice amorphe, de longues aiguilles incolores, analogues à celles qui ont été mentionnées précédemment, et une multitude de petits corps globulaires tout à fait caractéristiques et remplis d'inclusions. Ce sont des grains de leucite, reproduisant, presque dans les détails les plus intimes, les cristaux renfermés dans les amphigénites naturelles et présentant comme eux les contours de polyèdres à faces courbes.

» En résumé, l'intervention des fluorures rend la synthèse du labrador, de la néphéline et de la leucite remarquablement facile et rapide, et supprime la nécessité de très hautes températures et de très longs recuits. J'aurai à revenir sur d'autres résultats du même genre. »

M. **Rey de Morande** adresse une Note sur la structure géologique de la France centrale.

M. E. **Le Rey** adresse une Note sur un nouveau mode de préparation de l'acide chlorhydrique pur, fondé sur la liquéfaction du chlorure d'arsenic.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 6 octobre 1890.

Mémoire sur la transformation des séries peu convergentes en séries très convergentes; par André Markoff. Saint-Pétersbourg, Eggers et C° et J. Glasounof, 1890; br. in-4°.

Annuaire des marées des côtes de France pour l'an 1891; *par* M. Hatt. Paris, Imprimerie nationale, 1890; 1 vol. in-32.

Sur les méthodes actuelles de balistique; par E. Vallier. Paris, Berger-Levrault et Cie, 1890; br. in-8°. (Présenté par M. Resal.)

X. internationaler medicinischer Congress. — Essai d'une théorie de l'infection. Maladie. Guérison. Immunité. Virus. Vaccins; par Ch. Bouchard. Berlin, 1890, Verlag von August Hirschwald; br. in-8°.

Traité d'Anatomie comparée pratique; par Carl Vogt et Émile Yung; 17e livraison. Paris, C. Reinwald; br. in-8°. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Auguste Poggi, *L'unité des maladies et l'unité des remèdes.* Paris, G. Masson, 1890; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. de Quatrefages.)

Traité théorique et clinique de la fièvre jaune; par L.-J.-B. Bérenger-Féraud. Paris, Octave Doin, 1891; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey et renvoyé au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie.)

Les viandes américaines; par le Dr Prosper de Pietra-Santa. Paris, au Bureau de la Société française d'Hygiène, 1890; br. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Revue de Chimie industrielle et agricole, tome I, n° 9. Paris, Bernard Tignol; br. in-8°.

Memorie descrittive della Carta geologica d'Italia; volume V : *Descrizione geologico-mineraria della zona argentifera del Sarrabus (Sardegna); di* C. de Castro. Roma, Tipografia nazionale, 1890; br. gr. in-8°, avec carte.

Dictionary of the language of the Micmac Indians; by Rev. Silas Tertius Rand. Halifax, N. S., Nova Scotia printing Company, 1888; 1 vol. in-4°.

Culture of the sugar-beet and manufacture of beet sugar; by H.-W. Wiley. Washington, Government printing office, 1890; 1 vol. in-8°.

Observations made during the year 1884 *at the United States naval Observatory, commodore* S. R. Franklin, *U. S. N.* Washington, Government printing office, 1889; 1 vol. in-4°.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Main, 1890. Frankfurt a. M., Druck von Gebrüder Knauer; 1 vol. in-8°.

Catalog der astronomischen Gesellschaft. Leipzig, 1890; 2 vol. in-4°.

Verslagen mededeelingen der koninklijke Akademie van Wetenschappen. Amsterdam, Johannes Müller, 1889-1890; 3 vol. in-8° et 1 vol. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 29 septembre 1890.)

Note de MM. *Chassagny* et *H. Abraham*, Recherches de thermo-électricité :

Dans le Tableau de la page 479, supprimer partout les 11 de la colonne des heures.